

# دکتری ریاضی

( زیر برنامه ریاضی مالی )



## فصل اول

مشخصات دوره دکتری ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)



## مقدمه

ریاضی مالی یکی از شاخه‌های علوم ریاضی است که در دهه اخیر رشد بی‌سابقه‌ای یافته است. در این شاخه از علوم ریاضی، هم برای علاقه‌مندان به ریاضیات نظری و هم برای آنان که به کاربردهای ریاضی توجه دارند، دنیایی از پیچیدگی‌ها و مسائل چالش برانگیز وجود دارد. علاوه بر این، بازارهای مالی و مؤسسات مالی همه روزه از نتایج تحقیق محققان در زمینه‌های مالی بهره می‌برند و همواره خواستار نتیجه‌های بهتر، تخمین‌های بهتر و تقریب‌های واقعی‌تر برای پیش‌بینی آینده بازار هستند. به همین دلیل، سرمایه‌گذاری‌های بزرگی نیز برای نتیجه گرفتن از این گونه تحقیقات، در دنیا صورت می‌گیرد که این خود باعث جذب نخبگان، علاقه‌مندان و محققان به این عرصه و پیشرفت سریعتر این شاخه از علوم ریاضی شده است. بنابراین راه‌اندازی دوره دکتری ریاضی در زمینه تخصصی ریاضی مالی گامی رو به جلو برای فراهم کردن زمینه مطالعه و پژوهش دانشجویان علاقه‌مند به ادامه تحصیل در این زمینه رو به رشد از علوم ریاضی و تربیت متخصصانی است که بتوانند نیازهای علمی- پژوهشی- کاربردی را در نهادهای مالی کشور، تأمین کنند. همچنین این اقدام باعث گسترش واژگان و مفاهیم علمی و نوشتجات مربوط به این موضوع در میان جامعه علمی کشور و موجب همسویی بسیاری از رشته‌های علمی به منظور تحقیق در این زمینه می‌شود.

## تعریف

دوره دکتری ریاضی در زمینه تخصصی ریاضی مالی، یکی از دوره‌های آموزشی و پژوهشی در سطح تحصیلات تکمیلی در نظام آموزش عالی کشور است که پس از دوره کارشناسی ارشد آغاز و به اعطای مدرک رسمی دانشگاهی در مقطع دکتری در رشته ریاضی مالی می‌انجامد و از نظر اجرایی تابع ضوابط، مقررات و آیین‌نامه‌های مصوب شورای برنامه ریزی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری است.

## اهداف

هدف از ایجاد دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی مالی)، تربیت افرادی است که در زمینه‌های زیر تبحر داشته باشند.

الف) پژوهش در مباحث نظری ریاضی مالی؛

ب) به‌کارگیری روشهای احتمالاتی و فرآیندهای تصادفی، آنالیز تصادفی در تحلیل مسائل مالی؛

پ) به‌کارگیری روشهای عددی تصادفی در حل مسائل مالی؛

ت) به‌کارگیری روشهای آماری به ویژه علوم داده‌ها در حل مسائل مالی؛

## ضرورت و اهمیت

با توجه به انواع مبادلات مالی و کالا در دنیای امروز مانند مبادلات نفتی، معاملات مالی از طریق قراردادهای مختلف مانند بیع متقابل، خرید مدت‌دار، خرید ریسک‌دار، سرمایه‌گذاری‌های مدت‌دار و ریسک‌دار؛ ضرورت آگاهی علمی و دقیق از این مدلها برای مؤسسات مالی دولتی و خصوصی بیش از پیش احساس می‌شود. بر این اساس، اجرای این دوره می‌تواند کمک‌های شایان توجهی به حل مسائل و مشکلات مالی کشور بکند و با تربیت پژوهشگرانی که قادر به انجام پژوهش‌های بنیادی در سطح مرزهای دانش هستند، سطح کیفی و کمی تحلیلی‌های مالی را در کشور ارتقا دهد.

## نقش و توانایی

دانش‌آموختگان این دوره می‌توانند:

الف) به انجام پژوهش‌های بنیادی و کاربردی در بخش‌های گوناگون ریاضی مالی بپردازند؛

ب) از روشهای عددی تصادفی برای حل مسائل مالی به‌ویژه تخمین، تقریب و پیش‌بینی استفاده کنند؛

پ) از روشهای آماری به‌ویژه تحلیل داده‌ها برای حل مسائل مالی استفاده کنند؛



ت) با کار اصیل ریاضی در کنار افراد با درجه دکتری در اقتصاد، مالی و آمار مسائل پیچیده و چند وجهی اقتصادی و مالی را تحلیل کنند و در حل آن ها بکوشند.

فعالیت دوره دکتری ریاضی (زمینه تخصصی مالی) ، تمرکز بر ریاضیات مالی دارد. این دوره برخلاف دوره کارشناسی ارشد که تقریباً یک دوره حرفه‌ای است و هدف آن عمدتاً بازار کار است ، یک دوره پژوهشی در داخل ریاضی است ، بنابراین دانشجویان باید بر مطالب نظری تمرکز کنند و پایان نامه خود را طوری بنویسند که دارای اصالت در ریاضی باشند. بنابراین تحقیقات به موارد بالا منحصر می گردد، و تحقیقات در اقتصاد ، علوم مالی و مهندسی مالی و یا تحقیقات در آنالیز عددی دترمینستیک در این برنامه نمی گنجد، و تحقیقات در این زمینه ها را باید در رشته ها و یا تمرکز مربوطه انجام داد. البته معمول است که موسسات و بازارهای مالی و نیز شرکت هایی که برای مسائل پیچیده مالی راه حل ارائه می کنند از افراد با دکترای ریاضی در زمینه تخصصی ریاضیات مالی که توانایی استفاده از موضوعات و ابزارهای پیشرفته ریاضی را دارند به عنوان محقق ارشد و هدایتگر گروه کارشناسان مالی مشاوره بگیرند و از همکاری این افراد بهره ببرند. بنابراین دانش آموختگان این دوره بر حسب علاقه خود هم می توانند کار تدریس و تحقیق در دانشگاه ها را دنبال کنند و هم در موسسات و بازارهای مالی ایفای نقش کنند.

کلیات برنامه

عنوان دوره : دکتری ریاضی

پیش نیاز ورود :



## فصل دوم

### جدول دروس دوره دکترای ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)



جدول ۱- درس های الزامی - زیر برنامه ریاضی مالی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت		
			جمع	نظری	عملی
۱	ریاضی مالی ۲	۳	۴۸	۴۸	
۲	معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸	
۳	ریاضیات مالی پیشرفته	۳	۴۸	۴۸	
۴	نیم مارتینگل ها در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸	

چنانچه دانشجو در دوره کارشناسی ارشد هر یک از دو درس ۱ یا ۲ جدول دروس الزامی را گذرانده باشد باید درس معادل آن را در دوره دکتری بگذراند. درس ریاضیات مالی پیشرفته، معادل درس ریاضی مالی ۲ و درس نیم مارتینگل ها در بازار های مالی، معادل درس معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی محسوب می شود.

جدول ۲- دروس اختیاری - زیر برنامه ریاضی مالی

شماره درس	نام درس	تعداد واحد	ساعت		
			جمع	نظری	عملی
۱	حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازار های مالی	۳	۴۸	۴۸	
۲	معادلات دیفرانسیل پارهای در ریاضی مالی	۳	۴۸	۴۸	نظریه اندازه و احتمال
۳	روش های مونت کارلو برای مالی	۳	۴۸	۴۸	
۴	روش های آماری برای مالی	۳	۴۸	۴۸	-
۵	ارزیابی و مدیریت ریسک	۳	۴۸	۴۸	
۶	مهندسی مالی	۳	۴۸	۴۸	
۷	سرمایه گذاری	۳	۴۸	۴۸	
۸	اوراق بهادار با درآمد ثابت	۳	۴۸	۴۸	
۹	ارزیابی و مدیریت ریسک	۳	۴۸	۴۸	
۱۰	مدیریت ریسک پیشرفته	۳	۴۸	۴۸	
۱۱	نظریه بازی	۳	۴۸	۴۸	
	نظریه بازی های دیفرانسیلی تصادفی	۳	۴۸	۴۸	
۱۲	اقتصادسنجی مالی داده های با فرکانس بالا	۳	۴۸	۴۸	
۱۳	سری های زمانی مالی پیشرفته	۳	۴۸	۴۸	
۱۴	نظریه سیمالی تصادفی	۳	۴۸	۴۸	
۱۵	سری های زمانی مالی	۳	۴۸	۴۸	
۱۶	معرفی سنج های ریسک	۳	۴۸	۴۸	نظریه احتمال-مفاهیمی از



آنالیز تابعی						
	۴۸	۴۸	۳	حسابان ملیون و کاربردهای آن در مالی	۱۷	
	۴۸	۴۸	۳	فرایندهای لوی در ریاضی مالی	۱۸	
موافقت گروه	۴۸	۴۸	۳	هندسه‌ی مدل‌های مالی	۱۹	
	۴۸	۴۸	۳	تحلیل داده‌های با ابعاد بالا	۲۰	
درس حسابان تصادفی در مالی	۴۸	۴۸	۳	کنترل بهینه در ریاضی مالی	۲۱	
نظریه اندازه و فرایندهای تصادفی	۴۸	۴۸	۳	توسیع پالایه یا توجه به امور مالی	۲۲	
اجازه گروه	۴۸	۴۸	۳	مباحث ویژه در ریاضی مالی	۲۳	



## فصل سوم

سرفصل دروس دوره دکترای ریاضی (زیر برنامه ریاضی مالی)





Mathematical Finance 1		ریاضی مالی ۱	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس پیش‌نیاز	پیشنیاز: نظریه اندازه و احتمال همنیاز: حسابان تصادفی در مالی	۳

هدف:

هدف این درس آشنایی دانشجویان با مشتق‌های مالی، مدل‌های قیمت‌گذاری آن‌ها و ریاضیات مورد نیاز برای فهم و توسعه این موضوعات عمدتاً در یک چارچوب زمان-گسسته است. در این درس دانشجویان با مدل بلک-شولز و مفاهیم پایه‌ی آن نیز آشنایی پیدا می‌کنند.

ریز مواد:

مدل‌های گسسته: مروری بر فضاها، احتمال متناهی: تعریف فضای احتمال، متغیر تصادفی، امید ریاضی، امید ریاضی شرطی، مارتینگل، زیر مارتینگل و زبرمارتینگل. قیمت‌گذاری ریسک-خنثی، ارزش‌گذاری دارایی‌ها با تنزیل جریان‌های نقدی آتی آن‌ها، تعریف فرآیند مارکوف و خاصیت مارکوف. تغییر اندازه روی فضاها، احتمال متناهی، فرآیند مشتق رادن-تیکودیم، قضیه قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM)، مشتق‌های مالی، اختیارهای خرید و فروش اروپایی و امریکایی، مشتق‌های امریکایی مستقل از مسیر، زمان‌های توقف، مشتق‌های امریکایی وابسته به مسیر، اجرای بهینه مشتق‌های امریکایی، اختیارهای خرید امریکایی، مدل دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری مشتق‌های مالی، آربیتراژ.

مدل‌های پیوسته: مدل بلک-شولز، اندازه‌ی ریسک-خنثی، ارزش‌گذاری ریسک-خنثی مشتق‌های مالی، ارزش‌گذاری مشتق‌های مالی با استفاده از سیدهای بازساز.

تبصره: این درس با مدل‌های گسسته شروع می‌شود که ۷۰٪ مطالب درسی را پوشش می‌دهد. در ۳۰٪ باقی‌مانده درس مدل‌های پیوسته معرفی می‌شوند. پیشنیاز بخش دوم حسابان تصادفی در مالی است. زمانی که مطالب درسی به بخش دوم میرسد دانشجویان در درس حسابان تصادفی در مالی ریاضیات مربوط را خوانده‌اند و می‌توانند این بخش را دنبال کنند.  
مراجع پیشنهادی:

1. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance I: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.
2. Robert, J. Elliot, and P. Ekkehard Kopp. "Mathematics of financial markets." (2005): 217-221.
3. Van der Hoek, John, and Robert J. Elliott. *Binomial models in Finance*. Springer Science & Business Media, 2006.
4. Björk, Tomas. *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford university press, third edition, 2009.



حسابان تصادفی در مالی			
Stochastic Calculus For Finance			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	نظریه اندازه و احتمال	دروس پیش‌نیاز	۲۴ ساعت

هدف :

هدف این درس آشنایی دانشجویان با حسابان تصادفی و کاربرد در مالی، شامل حرکت براونی، انتگرال تصادفی ایتو و معادلات دیفرانسیل تصادفی است.

ریز مواد :

حرکت براونی، تعریف و ساختن آن، بیان بیوستگی و مشتق پذیری آن، مسیرهای حرکت براونی، ویژگی مارتینگلی، مارکفی، و مارکفی قوی آن، تغییرات مرتبه دوم مسیره‌های حرکت براونی، تبدیل‌ها روی حرکت براونی، تعریف انتگرال وینر و خواص آن، انتگرال ایتو (با شروع از فرایند‌های مقدماتی و ...)، ایزومتري ایتو، ویژگی مارتینگلی انتگرال ایتو، بیوستگی برگردان انتگرال ایتو، انتگرال ایتو به عنوان مارتینگل موضعی، فرمول ایتو یک بعدی، فرمول ایتو ی چند بعدی و کاربرد آن (محاسبه انتگرال تصادفی، انتگرال استرا تو نوویچ، قضیه لوی و مشخص سازیمارتینگل‌ها با مسیر پیوسته، فرایند‌های نمایی و تبدیل اندازه‌های احتمال، قضیه گیرساف)، اولین زمان گذر حرکت براونی و توزیع‌های آن، قضیه نمایش مادر تینگلی و کاربرد آن در ریاضیات مالی، معادلات دیفرانسیل تصادفی، حل برخی از نمونه ساده، قضیه وجود و یگانگی قوی و ضعیف با شرایط لیپشیتز، کاربرد‌های مالی آن از جمله فرمول بلک شولتز، مرتون

مراجع پیشنهادی:

1. Kuo, Hui-Hsiung, *Introduction to Stochastic Integration*, Universitext Series, Springer-Verlag, Berlin, 2006.
2. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
3. Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations, An Introduction with Applications*, 6th ed., Universitext Series, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
4. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.
5. Schilling, Rene, L., and Partzsch, L., *Brownian Motion, An Introduction to Stochastic Processes*, Walter de Gruyter, 2nd ed., Berlin/Boston, 2014.



Mathematical Finance 2		ریاضی مالی ۲	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اصلی	ریاضی مالی ۱ حسابان تصادفی در مالی	۳

هدف:

هدف این درس آشنایی دانشجویان با موضوعات پیشرفته مالی مانند اندازه ریسک-خنثی، قضایای اساسی قیمت گذاری دارایی‌ها، مدل‌های ساختار زمانی نرخ‌های بهره، قیمت گذاری مشتق‌های مالی امریکایی و ریاضیات مربوط به آن‌هاست

ریز مواد:

نگاهی دیگر به معادله بلک-شولز-مرتون، حل معادله بلک-شولز-مرتون، حروف یونانی، اندازه ریسک-خنثی: دینامیک قیمت سهم، قیمت گذاری مشتق‌های مالی، قضایای اساسی قیمت گذاری دارایی‌ها، مدل بازار چندبعدی، سهام با سود پرداختی: پرداخت پیوسته، پرداخت یک‌جا، معادلات دیفرانسیل تصادفی و معادلات دیفرانسیل پارهای: قضیه فیمنن-کنس، مشتق‌های مالی امریکایی، زمان‌های توقف، تغییر واحد پول، مدل‌های ساختار زمانی نرخ‌های بهره، مدل‌های ساختار زمانی قیمت آتی نفت، قیمت اوراق قرضه، مدل CIR، مدل HJM.

مراجع پیشنهادی:

1. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: continuous-time models*. Springer Science & Business Media, 2012.
2. Björk, Tomas. *Arbitrage theory in continuous time*. Oxford university press, 3rd edition, 2009.
3. Robert, J. Elliot, and P. Ekkehard Kopp. "Mathematics of financial markets." (2005): 217-221.
4. Jeanblance Monique. Yor, Mark, Chesney, Mark. *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer Finance, 2009.
5. Cairns, Andrew. "Kwok YK: Mathematical Models of Financial Derivatives. Springer Finance, Singapore, 1998." *ASTIN Bulletin* 30, no. 01 (2000): 251-252.



معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازارهای مالی Stochastic Differential Equation for Financial Market			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اصلی	۲۴ ساعت

هدف: هدف این درس تدریس معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

#### ریز مواد:

دوره ای از حرکت براونی، انتگرال ایتو و فرمول ایتو - قضیه نمایش مارتینگل ها و کاربرد آن در بازارهای مالی، معادلات دیفرانسیل، وجود ویگانگی قوی و ضیف معادلات با شرایط لیبشیتز. خاصیت قوی و ضعیف مارکف، مولد یخش ایتو، فرمول دینکین، معادلات پسرو و پیشرو کلموگراف، فرمول فیمن کتز چند بعدی، کاربرد های آن در بازارهای مالی، تغییر اندازه قضیه گیرساف و کاربرد های آن در بازارهای مالی، مسائل شرایط مرزی، مسائل دریکله و یواسن و کاربرد های آن در بازار های مالی

#### مراجع پیشنهادی:

1. Chung, K. L. and J. Williams, *Introduction to Stochastic Integration*, 2nd edition, Birkhauser, 2014.
2. Cohen, S. N. and Elliott, R. J., *Stochastic Calculus and Applications*, Springer, 2015.
3. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
4. Oksendal, B., *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*, 6th edition, Springer, 2003.
5. Shreve, Steven. *Stochastic calculus for finance II: the binomial asset pricing model*. Springer Science & Business Media, 2012.



ریاضیات مالی پیشرفته					
Advanced Mathematical Finance					
پیش نیاز	تعداد ساعات	نوع واحد درسی	تعداد جلسات	تعداد واحد	نوع درس
ریاضیات مالی ۲و۱	۴۸	نظری	۳۲	۳	تخصصی

#### هدف:

این درس دنباله درس ریاضیات مالی ۲و۱ است و هدف اصلی آن آشنا کردن دانشجویان با مباحث نظری پیشرفته ریاضیات بازارهای مالی است.

#### سرفصل‌های اصلی درس:

ساختارهای زمانی نرخ‌های بهره و قیمت‌های اوراق قرضه، مدل‌های عاملی ساختار زمانی، مدل‌های آفین، مدل‌های نرخ بهره تک عاملی: قیمت‌گذاری در بازارهای ناکامل، چند مدل تک عاملی، دینامیک ساختار زمانی: چارچوب هیث-جرو-مورتون، پوشش ریسک مطالبات مشروط، معادله‌ی تطور هیث-جرو-مورتون، مدل هیث-جرو-مورتون، شرط رانش و آربیتراژ، مساله‌ی سازگاری و تحقق‌های متناهی بعد، سبدهای مالی تعمیم یافته اوراق قرضه، مدل‌های مارکوفی هیث-جرو-مورتون، مدل‌های گاوسی مارکوفی، معادلات دیفرانسیل و ساختارهای زمانی.

#### منابع:

1. Carmona, R. and Tehranchi, M. Interest rate models, Springer, 2006.
2. Kwok, Y. K. Mathematical models of financial derivatives, Springer, 2008.
3. Musiela, M. and Rutkowski, M. Martingale methods in financial modelling, Springer, 1997.





نیم مارتینگل ها در بازارهای مالی			
Semi Martingale for Financial Markets			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف:

هدف این درس معرفی نظریه عمومی فرایندهای تصادفی و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

ریز مواد:

معرفی نیم مارتینگل ، فرایندهای صعودی ، مارتینگل با پارامتر پیوسته، تجزیه دوب میر، فرایندهای تغییرات مجذوری ، فرایندهای جبران کننده، فرایندهای جهش های خالص ، زمان های توقف ، اختیاری ، پیشبینی پذیر، انتگرال دولن، انتگرال تصادفی ایتو نسبت به نیم مارتینگل ها، فرمول ایتو ، تعریف انتگرال تصادفی ، فرمول ایتو ، معرفی فرایندهای لوی ، حرکت براونی ، قضیه وجود ویگانگی معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به زیر مارتینگل ، قضیه دادلی ، خاصیت نمایش پیشبینی پذیر، معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو ، کاربرد در ریاضیات مالی، توسعه پالایش در ریاضیات مالی و بازارهای مالی

مراجع پیشنهادی:

1. Chung, K. L. and J. Williams, *Introduction to Stochastic Integration*, 2th ed. Birkhauser, 2014.
2. Cohen, S. N. and Elliott, R. J., *Stochastic Calculus and Applications*, Springer, 2015.
3. Jeanblanc, M., Yor, M. and Chesney, M., *Mathematical Methods for Financial Markets*, Springer, 2002.
4. Métivier, M., *Semimartingales. A Course on Stochastic Processes*, Walter de Gruyter, 1982.
5. Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, 3<sup>rd</sup> ed. Springer, 2004.



حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی در بازارهای مالی Numerical Solutions of Stochastic DE for Financial Markets			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی در مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: هدف از این درس، آشنایی دانشجویان با مهمترین معادلات دیفرانسیل تصادفی مطرح در ریاضیات مالی و همچنین روش‌های گسسته‌سازی عددی این معادلات است.

سرفصل:

- (۱) نقش معادلات دیفرانسیل تصادفی در قیمت‌گذاری و پوشش ریسک ابزارهای مالی
- (۲) مروری بر خواص حرکت براونی، فرایند پواسون و فرایند پواسون مرکب و روش‌های شبیه‌سازی آنها
- (۳) مروری بر حسابان تصادفی ایتو (انتگرال تصادفی، فرمول ایتو، انتگرال استراتونوویچ)
- (۴) بررسی خواص جواب یک معادلات دیفرانسیل تصادفی با نویز گاوسی و نویز پواسونی
- (۵) معرفی بسط تیلور-ایتو تصادفی و بدست آوردن روش اویلر-مارویاما و روش میلشتاین
- (۶) بررسی مفهوم مرتبه همگرایی قوی و ضعیف
- (۷) معرفی خانواده روش‌های رونگه-کوتای تصادفی
- (۸) معرفی خانواده روش‌های چند-گامی تصادفی
- (۹) معرفی مفهوم پایداری تصادفی و انواع آن (پایداری میانگین مربعات، پایداری مجانبی، پایداری نمایی)
- (۱۰) گسسته‌سازی معادله اورنشتین-اولنیک و کاربرد آن در مدل‌سازی نرخ بهره تصادفی
- (۱۱) گسسته‌سازی دستگاه معادلات تصادفی مدل هستون و کاربرد آن در قیمت‌گذاری اختیار معامله

منابع

1. Kloeden, P. E. & Platen, E. (1999). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Vol. 23 of *Appl. Math.*, Springer. Third printing.
2. Kloeden, P. E., Platen, E. & Schurz, H. (2003). *Numerical Solution of SDEs Through Computer Experiments*, Springer. Third corrected printing.
3. Platen, E. & Bruti-Liberati, N. (2010). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance*, Springer.





معادلات دیفرانسیل پاره ای در ریاضی مالی			
PDEs in Mathematical Finance			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	نظریه اندازه و احتمال	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: هدف این درس تدریس معادلات دیفرانسیل پاره ای و کاربرد آن در بازارهای مالی است.

ریز مواد:

مقدمه ای بر معادلات دیفرانسیل پاره ای که در ریاضیات مالی ظاهر می شوند، معادلات سهموی خطی و رابطه آن با معادلات دیفرانسیل تصادفی، معادلات دیفرانسیل پاره ای مرتبه یک، معادله دیفرانسیل تصادفی به عنوان حد زنجیره های مارکف، رابطه بین معادلات دیفرانسیل پاره ای و فرایند تشخیص شرایط مرزی، مقدمه ای بر کنترل بهینه تصادفی، معادله میلتن-زاکوبی، حل مسئله مرز آزاد (چسبندگی)

مرجع پیشنهادی:

1. Basov, S., Partial Differential Equation in Economics and Finance, Nora Science, 2007.



Monte Carlo Methods for Finance		روش های مونت کارلو برای مالی	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس انتخابی	حسابان تصادفی (همنیاز)	۳

هدف: در این درس دانشجویان با اصول اولیه مونت کارلو و تکنیک های مورد استفاده در آن، شبه مونت کارلو و کاربردهای این روش ها در قیمت گذاری اختیارات مالی معامله و مدیریت ریسک آشنا می شوند.

#### ریز مواد

اصول اولیه مونت کارلو و قیمت گذاری مشتق های مالی، تولید اعداد و متغیرهای تصادفی، تولید مسیرهای نمونه، تکنیک های کاهش واریانس، شبه مونت کارلو، روش های گسسته سازی، برآورد حساسیت، کاربردهای مونت کارلو در مدیریت ریسک

مرجع پیشنهادی:

- 1- Glasserman, Paul. *Monte Carlo methods in financial engineering*. Vol. 53. Springer Science & Business Media, 2003.



Statistical Methods for Finance			روشهای آماری برای مالی
حل تمرین(ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	-	۳

هدف: در این دانشجویان با برخی مدلها و روشهای آماری مهم و چگونگی کاربرد آنها در ریاضی مالی آشنا می‌شوند.

ریز مواد:

مروری بر بردارهای تصادفی، توزیع های توام، ماتریس واریانس کواریانس و خواص آن، توزیع نرمال چند متغیره و خواص آن، مدلهای آماری و استنباط آماری، برآورد درستمایی ماکزیمم و خواص آن، محاسبات بیزی، مقدمه‌ای بر مدل های خطی

مراجع پیشنهادی:

- 1- Abramovich F. and Y. Ritov, Statistical Theory: A Concise Introduction, CRC Press, 2013.
- 2- Casella G. and R. Berger., Statistical Inference, 2nd Edition, Brooks Cole, 2001.
- 3- Westfall P. and Kevin S. S. Henning, Understanding Advanced Statistical Methods, CRC Press, 2013.
- 4- Wood S., Core Statistics, Cambridge University Press, 2014.



ارزیابی و مدیریت ریسک					
Risk Valuation and Management					
نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت دانشکده

هدف: در این درس دانشجویان با انواع ریسک و سنجه‌های آن آشنا می‌شوند و تفاوت انواع مختلف ریسک را از نظر داده‌های موجود برای اندازه‌گیری و توزیع زیان ناشی از آن‌ها می‌بینند.

سرفصل‌های اصلی درس:

انواع ریسک (ریسک بازار، ریسک اعتباری، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک نرخ بهره، ریسک مدل...)، سبدهای مالی و عملگرهای زیان، سنجه‌های مقدماتی ریسک، سنجه ریسک تعیین شده توسط توزیع زیان، ارزش در معرض خطر (VaR)، Expected Shortfall (ES)، روش‌های محاسبه VaR و ES (روش‌های تجربی، بازه‌های اطمینان، شبیه‌سازی تاریخی، روش کواریانس-واریانس، روش‌های مونت کارلو)، نظریه ارزش بی‌نهایت برای متغیرهای تصادفی با توزیع دم سنگین، تلاطم، همبستگی، کاپولا، پیمان‌های بازل، مدل‌های ریسک اعتباری سید مالی، برآورد احتمال نکول و VaR اعتباری، تحلیل سناریو و آزمون استرس، سرمایه اقتصادی و RAROC، اشتباهاتی که در مدیریت ریسک باید از آن‌ها اجتناب کرد.

منابع:

1. McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools, Princeton University Press. 2005.
2. Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer Verlag, Berlin. 1997.
3. Hull, John. *Risk Management and Financial Institution*. Prentice Hall, 3rd edition, 2012.



Financial Engineering		مهندسی مالی	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس انتخابی	-	۳

**هدف:** در این دانشجویان با قراردادهای آتی، آتی ویژه و اختیارهای معامله، ساز و کار بازارهای این مشتق‌های مالی، قیمت‌گذاری این اوراق، استراتژی‌های معاملاتی که شامل این قراردادها هستند، و بالاخره استراتژی‌های پوشش ریسک آن‌ها آشنا می‌شوند.

#### ریز مواد

ساز و کار بازارهای آتی، استراتژی‌های پوشش ریسک با استفاده از قراردادهای آتی، ساز و کار بازارهای اختیارهای معامله، استراتژی‌های شامل اختیارهای معامله، خواص اختیارهای معامله سهام، درخت دو جمله‌ای و مدل بلک-شولز-مرتون برای قیمت‌گذاری اختیارها، اختیارهای معامله روی شاخص‌های سهام و ارزها، اختیارهای معامله روی قراردادهای آتی، حروف یونانی، اختیارهای نا متعارف.

#### مرجع پیشنهادی

Hull, John. *Options, futures and other derivatives*. Pearson Education Limited, ninth edition, 2015



سرمایه گذاری			
Investment			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	-	دروس انتخابی	۲۴ ساعت

هدف: آشنایی دانشجویان با اصل تنوع بخشی، نظریه انتخاب سبد مالی، مدل قیمت گذاری دارایی ها و نسخه های مختلف آن و نظریه قیمت گذاری آربیتراژ.

#### ریزمواد

سبدهای مالی بهینه، مدل های شاخصی، مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای، نظریه قیمت گذاری آربیتراژ و مدل های چند عاملی، نظریه بازار کارا.

#### مراجع پیشنهادی

1. Bodie, Zvi, Alex Kane, and Alan Marcus. "Investments, 10th Global ed." *Maidenhead: McGrawHill Education* (2014).
2. Elton, Edwin J., Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, and William N. Goetzman,. "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, Seventh ed." *John Wiley & Sons, Inc.* (2007).



Fixed Income Securities		اوراق بهادار با درآمد ثابت	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس انتخابی	-	۳

هدف: در این درس دانشجویان با بازار اوراق قرضه، ارزشگذاری این اوراق، انواع اوراق قرضه، مدل های نرخ بهره و استراتژی های مدیریت سبد اوراق قرضه آشنا می شوند.

#### ریز مواد

قیمت گذاری اوراق قرضه، اندازه گیری ثمره، تلاطم قیمت ورق قرضه، عوامل موثر بر ثمره ورق قرضه و ساختار زمانی نرخ بهره، اوراق قرضه شرکتی، اوراق قرضه بین المللی، اوراق رهنی، مدل های ریسک اعتباری، مدل های نرخ بهره، تحلیل انواع مختلف اوراق قرضه، استراتژی های مدیریت سبد اوراق قرضه.

مرجع پیشنهادی:

Frank Fabozzi, "Bond Markets, Analysis and Strategies, ninth edition", Pearson(2015).



ارزیابی و مدیریت ریسک					
Risk Valuation and Management					
پیش نیاز	تعداد ساعات	نوع واحد درسی	تعداد جلسات	تعداد واحد	نوع درس
موافقت دانشکده	۴۸	نظری	۳۲	۳	تخصصی

هدف: در این درس دانشجویان با انواع ریسک و سنجه‌های آن آشنا می‌شوند و تفاوت انواع مختلف ریسک را از نظر داده‌های موجود برای اندازه‌گیری و توزیع زیان ناشی از آن‌ها می‌بینند.

#### ریز مواد

ریسک نرخ بهره، ارزش در معرض خطر (VaR)، تلاطم، همبستگی و کاپولا، پیمان‌های بازل، VaR بازار؛ رویکرد شبیه‌سازی تاریخی و رویکرد مدل‌سازی، ریسک اعتباری؛ برآورد احتمال نکول و VaR اعتباری، تحلیل سناریو و آزمون استرس، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک مدل، سرمایه اقتصادی و RAROC، اشتباهاتی که در مدیریت ریسک باید از آن‌ها اجتناب کرد.

مرجع پیشنهادی:

- Hull, John. *Risk Management and Financial Institution*. Prentice Hall, 3rd Edition, 2012.





## Advanced Risk Management

پیش نیاز	تعداد ساعات	نوع واحد درسی	تعداد جلسات	تعداد واحد	نوع درس
موافقت دانشکده	۴۸	نظری	۳۲	۳	تخصصی

هدف: در این درس دانشجویان با انواع مختلف ریسک موجود در بازارهای مالی آشنا می‌شوند و مفاهیم مرتبط با آن،

ابزار و تکنیک‌های کمی اندازه‌گیری آن را فرا می‌گیرند.

ریز مواد:

انواع ریسک (ریسک بازار، ریسک اعتباری، ریسک عملیاتی، ریسک نقدشوندگی، ریسک نرخ بهره، ریسک مدل...)، سبدهای مالی و عملگرهای زیان، سبدهای ریسک: سبدهای مقدماتی ریسک، سبجه ریسک تعیین شده توسط توزیع زیان، ارزش در معرض خطر (VaR)، Expected Shortfall (ES)، روش‌های محاسبه VaR و ES (روش‌های تجربی، بازه‌های اطمینان، شبیه‌سازی تاریخی، روش کواریانس-واریانس، روش‌های مونت‌کارلو)، نظریه ارزش بی‌نهایت برای متغیرهای تصادفی با توزیع دم سنگین، توزیع‌های چند متغیره و وابستگی، توزیع بیضوی چندمتغیره، کاپولا (اندازه‌های وابستگی، کاپولای بیضوی...).

مراجع پیشنهادی:

- McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools, Princeton University Press. 2005.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer Verlag, Berlin. 1997.



Game Theory			نظریه بازی
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس انتخابی	-	۳

هدف: در این درس دانشجویان مقدمات نظریه بازی ها را می بینند، با استفاده از آن رفتار استراتژیک بازیگران بازارهای مالی را مطالعه می کنند و با کاربردهای طراحی حراج در بازارهای مالی آشنا می شوند.

#### ریزمواد

بازهای فرم استراتژیک با اطلاعات کامل، تعادل نش در فضای استراتژی های خالص و مختلط، بازی های گسترده با اطلاعات کامل، تعادل کامل زیربازی، بازی های با اطلاعات ناکامل، تعادل نش بیزی، حراج ها، بازی های تکراری، چانه زنی و مثالهایی از کاربرد نظریه بازی در مالی.

#### مراجع پیشنهادی

1. Gibbons, "A Primer in Game Theory"
2. Osborne Martin J., "An Introduction in Game Theory", *Oxford University Press* (2003).
3. Shelton, Ronald B., "Gaming the Market", *Wiley* (1997).
4. Chatterjee, Kalyan & Samuelso, William F. "Game Theory and Business Applications" (Selected Chapters)
5. Some Research Papers



		فارسی		نظریه بازی‌های دیفرانسیلی تصادفی		عنوان درس	
		انگلیسی		Stochastic Differential Games Theory			
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش‌نیاز			
پایه		۳	۴۸	اختیاری		اصلی	
نظری				عملی	نظری	عملی	نظری
حل تمرین: دارد		نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد					

هدف: در این درس دانشجویان با مباحثی از نظریه بازی‌های دیفرانسیلی تصادفی و کاربرد‌های آن در بازارهای مالی آشنا میشوند.

ریز مواد:

مروری بر معادلات دیفرانسیل پسرو، برنامه ریزی پویا و معادله (HJB)، اصل ماکسیمم تصادفی پانتریاگین، کنترل بهینه دینامیک‌های مکین-ولاسوف، بازی‌های مجموع صفر و مجموع ناصفر، بازی‌های تصادفی خطی-درجه دوم، شرط تعمیم یافته مینیماکس ایساک، تعادل‌های نش حلقه باز در فرمول بندی ضعیف، تعادل‌های نش مارکوفی، بازی‌های میانگین-میدان.

مرجع پیشنهادی:

I. Carmona Rene. "Lectures on BSDEs, Stochastic Control, and Stochastic Differential Games with Financial Applications", Princeton University, Siam, (2016)



## اقتصادسنجی مالی داده های با فرکانس بالا

## High-Frequency Data in Financial Econometrics

نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
تخصصی	۳	۳۲	نظری	۴۸	روش های آماری برای مالی، نیممارتینگل ها در بازارهای مالی

**هدف:** معامله با فرکانس بالا در اصطلاح یک عمل تجاری کامپیوتری مبتنی بر الگوریتم است که به بنگاه های مالی اجازه می دهد سهام را در کسری از ثانیه معامله کنند. در طی پانزده سال گذشته، استفاده از روش های آماری و اقتصادسنجی برای تحلیل داده های مالی با فرکانس بالا رشد چشمگیری داشته است. هدف اصلی این درس آشنایی دانشجویان با این روش ها و ابزارهای تحلیلی نوظهور برای بررسی داده های مالی با فرکانس بالا است.

سرفصل های اصلی درس:

معادلات پخشی، نیممارتینگل ها، آشنایی با داده، نظریه مجانبی (برآورد تلاطم برای یک فرایند پیوسته)، معرفی تغییرات توانی، مشاهدات با فرکانس بالا (شناسایی و کارایی مجانبی)، برآورد تلاطم یکپارچه، تلاطم و نوفه میکرواستراکچر، برآورد تلاطم نقطه ای، تلاطم و مشاهدات نامنظم، بررسی وجود جهش، تحلیل دقیق جهش (مرتبه فعالیت جهش)، فعالیت متناهی و نامتناهی برای جهش، بررسی لزوم یا عدم لزوم استفاده از حرکت براونی، جهش های همزمان (Co-jumps).



سری های زمانی مالی پیشرفته

Advanced Financial Time Series

پیش نیاز	تعداد ساعات	نوع واحد درسی	تعداد جلسات	تعداد واحد	نوع درس
روش های آماری برای مالی، نیمه مار تینگل ها در بازارهای مالی	۴۸	نظری	۳۲	۳	تخصصی

هدف: این درس دانشجویان را با سری های زمانی که اغلب برای مدل سازی های مالی استفاده می شود آشنا می کند.

ریز مواد

مشخصه های سریهای زمانی مالی، مروری بر سری های زمانی ایستا، مروری بر مدل های ARMA و ARIMA. تعریف مدل های ARCH و GARCH اثبات دقیق وجود جواب های یکتا برای معادلات ARCH و GARCH و خواص احتمالی و آماری آنها (نمایش تابع خود کواریانس و ...). نمایش ARCH(∞) برای مدل های GARCH. خواص توزیع های حاشیه ای مدل های GARCH. پیش بینی در مدل های GARCH. برآورد در مدل های ARCH با استفاده از روش مربعات خطا و خواص احتمالی و آماری آنها. برآورد در مدل های GARCH با استفاده روش QMLE و خواص احتمالی آنها، آزمونهای مهم در مدل های ARCH و GARCH.

مراجع پیشنهادی

1. Brockwell PJ and Davis RA, (2002) *Introduction to Time Series and Forecasting*, (Second Edition), Springer
2. Francq, C. and Zakoian, J. (2010) *GARCH models*, wiley.
3. Tsay R. S, (2005) *Analysis of Financial Time Series*, (Second Edition), Wiley.



Stochastic Portfolio Theory			نظریه سیدمالی تصادفی
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	حسابان تصادفی و ریاضیات مالی	۳

هدف: این درس ارتقا یافته درس نظریه سیدمالی کلاسیک مارکوویتز است. زیربنای این درس نظریه آربیتراژ است و دانشجویان علاوه بر این که سیدمالی را با این دید می بینند با جنبه های عملی تشکیل سبد، از جمله رتبه بندی و خوشه بندی دارایی ها بر مبنای سهم بازار آن ها نیز آشنا می شوند.

#### ریز مواد

نظریه سیدمالی تصادفی، تنوع بازار سهام، توابع مولد سیدمالی، توابع وزن های بازار رتبه بندی شده، مدل های مانا برای توزیع سرمایه، رفتار سیدهای مالی تولید شده با توابع، کاربردهای نظریه سیدمالی تصادفی

#### مرجع پیشنهادی

- 1- Fernholz, E. R. "Stochastic Portfolio Theory: Stochastic Modeling and Applied Probability." *Applications of Mathematics (New York)* 48 (2002).



Financial Time Series			سریهای زمانی مالی
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	-	۳

هدف: در این دانشجویان با سری‌های زمانی مالی و چگونگی تحلیل و استنباط آماری آن‌ها آشنا می‌شوند.

#### ریز مواد

اهداف تحلیل سری‌های زمانی، مثال‌هایی از داده‌های سری‌های زمانی مالی، مشخصه‌های سری‌های زمانی مالی، مروری بر تعریف روند و مولفه فصلی و روش‌های برآورد و حذف آن‌ها، مروری بر مدل‌های ایستا (تعریف فرایند ایستا، تابع میانگین، تابع خودکواریانس و تابع خودهمبستگی)، مروری بر سری‌های زمانی خطی و کاربردهای آن (مروری بر ساختار احتمالاتی، استنباط آماری و پیش‌بینی مدل‌های ARMA)، مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی (معرفی و بررسی کامل ساختار احتمالاتی مدل‌های ARCH و GARCH، استنباط آماری و پیش‌بینی آن‌ها)، مروری کوتاه بر تحلیل داده‌های با فراوانی بالا.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Francq, C. and Zakoian, J., *GARCH Models*, Wiley, 2010.
- 2- Gouriéroux, C., *ARCH Models and Financial Applications*, Springer, 1997
- 3- Tsay, R., S., *Analysis of Financial Time Series*, 3rd, Wiley, 2010.
- 4- Xekalaki, E. and Degiannakis, S., *ARCH Models for Financial Applications*, Wiley, 2010.
- 5- Zivot, E. and J. Wang, *Modeling Financial Time Series with S-PLUS*, Springer, 2006



معرفی سنجه‌های ریسک					
Introduction to Risk Measures					
پیش نیاز	تعداد ساعات	نوع واحد درسی	تعداد جلسات	تعداد واحد	نوع درس
نظریه احتمال- مفاهیمی از آنالیز تابعی	۴۸	نظری	۳۲	۳	تخصصی

هدف:

هدف اصلی این درس معرفی جنبه‌های احتمالاتی ریسک مالی و بیمه است و در نهایت برای دانشجویان بینشی نسبت به نظریه غنی سنجه‌های ریسک مورد استفاده در ریاضیات مالی و بیمه‌سنجی فراهم می‌کند.

سرفصل درس:

ترتیب‌های تصادفی (صعودی، محدب صعودی، محدب...)، سنجه‌های ریسک (پولی، محدب، منسجم، کومونوتن...)، مجموعه‌های پذیرش، نمایش‌های دوگان، سنجه‌های ریسک سازگار یا یک ترتیب تصادفی داده شده، انتگرال Choquet، سنجه‌های ریسک تحریف (distortion)، سنجه‌های ریسک پویا، سنجه‌های ریسک حاصل از معادلات دیفرانسیل تصادفی پسرو (وجود، یکتایی، مقایسه، امیدریاضی غیرخطی (g-expectation)).

منابع:

1. Föllmer, H. and Schied, A. Stochastic finance. An introduction in discrete time, De Gruyter Studies in Mathematics, 4th edition. 2016.
2. El Karoui N. and. Quenez, M.-C. Non-linear Pricing Theory and Backward Stochastic Differential Equations, Financial Mathematics, Lect. Notes in Mathematics 1656, Ed. W. Runggaldier, Springer 1997.
3. Müller, A. and Stoyan, D. Comparison Methods for Stochastic Models and Risks, Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley. 2002.





Malliavin Calculus and its Applications in Finance		حسابان ملیون و کاربردهای آن در مالی	
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با حسابان ملیون و کاربردهای آن در حل عددی ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی و مالی آشنا می‌شوند.

#### ریز مواد:

فضای احتمال گاوسی، چندجمله‌ای هرمیت، نیم گروه اورنشتاین-اولنیک، حرکت براونی، بسط آشوب وینر، عملگر مشتق، انتگرال جزء به جزء، عملگر دیورژانس و انتگرال تصادفی، فضای سوبولوف گاوسی، نظم و تقریب چگالی متغیرهای تصادفی، فرمول صریح برای چگالی، وجود و همواری چگالی، کاربرد حسابان ملیون در حل عددی ضعیف معادلات دیفرانسیل تصادفی، کاربرد در مالی.

#### مرجع پیشنهادی:

- 1- Kohatsu-Higa, Arturo, and Miquel Montero. *Malliavin Calculus in Finance*. Birkhäuser Boston, 2004.



Mathematical Finance in Levy Processes		فرایندهای لوی در ریاضی مالی	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	حسابان تصادفی	۳

هدف: در این دانشجویان با فرایندهای لوی و خواص و ساختار آنها آشنا می‌شوند و کاربردهای آنها را در ریاضی مالی می‌بینند.

#### ریز مواد:

توزیع‌های بی‌نهایت تقسیم‌پذیر و خواص آن، نمایش لوی-خینجین توزیع‌های بی‌نهایت تقسیم‌پذیر، فرایندهای با نمو‌های مستقل و مانا، تعریف فرایندهای لوی، حرکت بروانی، فرایند پواسون ترکیبی، فرایندهای گاما، اندازه تصادفی پواسون و خواص آن، نمایش لوی-خینجین فرایندهای لوی، فرایندهای تبعی و خواص آنها، اولین زمان گذر در فرایندهای لوی، کاربرد فرایندهای لوی در ریاضی مالی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Applebaum D., *Levy Processes and Stochastic Calculus*, Cambridge University Press, 2009
- 2- Bertoin, J., *Levy Processes*. Cambridge University Press, 1996.
- 3- Cont R. and P. Tankov, *Financial Modeling with Jump Processes*. Chapman & Hall/CRC, 2004.
- 4- Kyprianou, A. *Fluctuations of Levy Processes*. 2nd edition, Springer, 2014.
- 5- Protter, P., *Stochastic Integration and Differential Equations*, 2<sup>nd</sup> ed. Springer, 2004.
- 6- Sato, K., *Levy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge University Press, 2014.



Geometry of Financial Models

نوع درس	تعداد واحد	تعداد جلسات	نوع واحد درسی	تعداد ساعات	پیش نیاز
اختیاری	۳	۳۲	نظری	۴۸	موافقت گروه

هدف:

این درس از دو بخش تشکیل شده است. در بخش اول ارتباط بین ریاضیات مالی و هندسه مدرن بیان می‌شود. در حقیقت هر داده‌ی مالی، مجموعه‌ای متشکل از معادلات دیفرانسیل تصادفی، حساب بانکی، و مطالبات بانکی روی این دارایی‌ها، در چارچوب بلک-شولز یک کلاف تار متناظر می‌شود. با استفاده از این کلاف تار و مفاهیم هندسی وابسته به آن دانشجویان پس از گذراندن قادر خواهند بود از ویژگی‌های هندسی این کلاف قیمت مطالبه را پیدا کنند. در بخش دوم ارتباط بین دو مفهوم آربیتراژ و انحنا یکی از نظریه مالی و دیگری از هندسه دیفرانسیل بیان می‌شود. هدف این بخش معرفی دیدگاه‌های هندسه دیفرانسیل در ریاضیات مالی است.

سرفصل درس:

بخش اول: مدل‌های بازارهای مالی، معادله‌ی پیشرو و پسرو کلموگورف متناظر با یک مدل مالی، خمینه‌ی متناظر با یک مدل مالی، معادله‌های کلموگورف روی خمینه، هسته حرارت، رابطه‌ی انحناهای مختلف با هسته‌ی حرارت، هندسه‌ی هذلولوی و بازارهای لایبور، نیمصفحه‌ی پوانکاره و مدل‌های SVM

بخش دوم: استراتژی آربیتراژ، مطالبات مشروط، اندازه مارتینگل، واحد قیمت‌گذاری، قضیه‌های اساسی قیمت‌گذاری دارایی‌ها، قضیه فارکاش، نبود ناهار مجانی با ریسک صفر (NFLVR)، قضیه کریس-یان، تورمزدایی، شدت‌های جریان نقدی، پیمانته، تبدیل پیمانته‌ای، خمینه‌های ریمانی، کلاف‌های تار، التصاق، انحنا، انحنا ریچی، انحنا لویچوینا، انحنا و آربیتراژ، واحد قیمت‌گذاری و برش، انتقال موازی تصادفی، هونولومی.

منابع:



بخش اول:

- Henry-Labordere, P., *Analysis, Geometry, and Modeling in Finance*, Chapman and Hall, 2009.
- Baaquai, B. E., *Quantom Finance: Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates*, Cambridge university press, ۲۰۰۴.

بخش دوم:

- Farinelli, S., *Geometric Arbitrage Theory and Market Dynamics*, Preprint, ۲۰۱۴.
- Hsu, E. P., *Stochastic Analysis on Manifolds*, *Graduate studies in mathematics*, 38 AMS, ۲۰۰۲

High-dimensional Data Analysis		تحلیل داده‌های با ابعاد بالا	
حل تمرین (ساعت)	از جدول	پیشنیاز (همنیاز)	تعداد واحد
۲۴ ساعت	دروس اختیاری	روشهای آماری برای مالی	۳

هدف: در این دانشجویان با تکنیک‌های مدل‌سازی و تحلیل داده‌های با ابعاد بالا و کاربرد آن برای داده‌های مالی آشنا میشوند.

#### ریز مواد

مروری بر رگرسیون و مدل‌های خطی، مدل‌های خطی تعمیم یافته، تحلیل مولفه‌های اصلی، لاسو و مدل‌های خطی، لاسو و مدل‌های خطی تعمیم یافته، مروری بر مدل‌های گرافیکی.

مراجع پیشنهادی:

- 1- Buhlmann P. and S. van de Geer, *Statistics for High-Dimensional Data. Methods, Theory and Applications*, Springer 2011.
- 2- Giraud C., *Introduction to High-Dimensional Statistics*, CRC Press, 2014.
- 3- James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., *An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R*, Springer, 2013.
- 4- Koch I., *Analysis of Multivariate and High-Dimensional Data*, Cambridge University Press, 2014.



کنترل بهینه در ریاضی مالی			
Stochastic optimal control			
تعداد واحد	پیشنیاز (همنیاز)	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳	حسابان تصادفی در مالی	دروس اختیاری	۲۴ ساعت

هدف: در این درس دانشجویان با مفهوم بهینه سازی تصادفی زمان پیوسته، روشهای حل آن، فروش بهینه یک دارایی و انتخاب بهینه یک سبد سرمایه گذاری آشنا می شوند.

ریز مواد: مروری بر کنترل بهینه قطعی شامل اصل ماکسیمم پانترباگین و روش برنامه ریزی پویا، کنترل بهینه برای فرایند های پخش، معادله برنامه ریزی پویا برای فرایندهای پخش کنترلی، قضیه بررسی، جواب های ویسکاسیتی برای معادلات HJB، انتخاب بهینه سبد سرمایه در بازار مالی، توقف بهینه، کاربرد زمان توقف بهینه در اختیار فروش امریکایی، سویچ بهینه و کاربرد آن در مسایلی با شرایط اقتصادی متفاوت.

مراجع پیشنهادی:

1. Pham, H., Continuous time stochastic control and optimization with financial applications. Springer, 2009.
2. Dana, R.A., Jeanblance, M. Financial markets in continuous time. Springer, 2007.
3. Fleming, W., Rishel, R. Deterministic and stochastic optimal control. Springer, 1975.



عنوان درس		فارسی	کنترل بهینه تصادفی				
		انگلیسی	Stochastic Optimal Control				
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	دروس پیش نیاز			
پایه	اصولی	۳	۴۸	اختیاری		تخصصی	
	نظری			عملی	نظری	عملی	
نظری	عملی	نیاز به اجرای پروژه عملی: ندارد				حل تمرین: دارد	

#### هدف:

در این درس دانشجویان با کنترل بهینه تصادفی زمان-پیوسته برای سیستمهایی با مشاهدات کامل و جزئی، روش‌های حل آنها و مباحثی در نظریه پالایه تصادفی آشنا می‌شوند.

#### سرفصل درس:

آشنایی با مسائل تغییراتی و انگیزه پیدایش نظریه کنترل، مروری بر کنترل بهینه تعینتی، اصل ماکسیمم پانتریگین، قضیه‌های وجود و بیوستگی کنترل بهینه، روش برنامه‌ریزی پویا، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای وابسته به برنامه‌ریزی پویا، یادآوری انتگرال ایتو و معادلات دیفرانسیل تصادفی، فرآیندهای پخش مارکوفی، کنترل بهینه برای فرآیندهای پخش، معادله برنامه‌ریزی پویا برای فرآیندهای پخش کنترل، جواب‌های ویسکاسیتی برای معادلات همپلتن-ژاکوبی-بلمن، معادلات تصادفی سهموی و کنترل‌های بهینه برای معادلات زاكایی شامل فرآیندهای پخش کنترلی با مشاهدات جزئی.

#### مراجع پیشنهادی:

1. Makiko Nisio. *Stochastic control theory*. Springer, 2<sup>nd</sup> Edition, 2015.
2. Alain Bensoussan. *Stochastic control of partially observable systems*. Cambridge University Press, 1992.





عنوان درس		فارسی	مباحث ویژه در ریاضی مالی	
Special topics in Financial Math		انگلیسی		
نوع واحد		تعداد واحد	تعداد ساعات	دروس پیش نیاز
پایه	اصولی	۳	۴۸	اجازه گروه
	تخصصی			
پایه	عملی	۳	۴۸	اجازه گروه
	نظری			
حل تمرین: با نظر استاد. نیاز به اجرای پروژه عملی: با نظر استاد.				

درسی است در سطح کارشناسی ارشد یا بالاتر در زمینه تخصصی ریاضی مالی که بر حسب امکانات و نیاز برای اولین بار ارائه می گردد. ریز مواد درسی مربوطه قبل از ارائه بایستی به تصویب شورای تحصیلات تکمیلی گروه و دانشکده برسد.

